Metodi teorijskog izučavanja dinamike plazme

7

Samousaglašeno određivanje elektromagnetnog polja

- Šta podrazumeva *samousaglašeno* određivanje elektromagnetnog polja u plazmi?
- U Maxwell-Lorentz-ovoj elektrodinamici se razmatraju dve klase problema: na osnovu zadane raspodele naelektrisanja i struja određuje se električno i magnetno polje koje ova naelektrisanja i struje generiraju (tzv. *aproksimacija zadanih naelektrisanja i struja*) ili se ispituje kretanje naelektrisanih čestica u zadanim električnim i magnetnim poljima (tzv. *aproksimacija zadanih polja*).
- **U plazmi je problem znatno složeniji: kolektivna interakcija se ispoljava u tome što se svaka naelektrisana čestica kreće u EM polju koje potiče od svih ostalih čestica, a istovremeno svojim kretanjem doprinosi indukovanju jednog opšteg EM polja.**

PROBLEM SAMOUSAGLAŠENOG ELEKTROMAGNETNOG POLJA

- Simultano rešavanje jednačina kretanja svih naelektrisanih čestica, koje glase

$$m_i \ddot{\mathbf{r}}_i = e_i \left[\mathbf{E}(\mathbf{r}_i, t) + \dot{\mathbf{r}}_i \times \mathbf{B}(\mathbf{r}_i, t) \right] + \mathbf{\Phi}_i, \quad (i = 1, 2, \dots N)$$

i Maksvel-ovih (Maxwell) jednačina za polja **E**(**r**,t) i **B**(**r**,t):

$$\mathrm{div}\mathbf{B} = 0,$$

$$\mathrm{div}\mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} e_i \delta\left[\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t)\right],$$

$$\mathrm{rot}\mathbf{B} = \mu_0 \sum_{i=1}^{N} e_i \dot{\mathbf{r}}_i \delta\left[\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t)\right] + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t},$$

$$\mathrm{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.$$

Za domaći

- Kako se definiše Dirakova delta funkcija?
- Najpre se definiše funkcija $\delta_\varepsilon(x-a)$ na sledeći način

$$\delta_\varepsilon(x-a)=\frac{1}{\varepsilon\sqrt{\pi}}e^{-\frac{\left(x-a^2\right)}{\varepsilon^2}}$$

- Delta funkcija je limes funkcije $\delta_\varepsilon(x-a)$ kad ε teži nuli:

$$\delta\left(x-a\right)=\lim_{\varepsilon\to 0}\delta_\varepsilon(x-a)=\begin{cases}0, & x\neq a\\ \infty, & x=a\end{cases}$$

  pri čemu je zadovoljeno

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta\left(x-a\right)dx=1$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta\left(x-a\right)f(x)dx=f(a)$$

- <u>Ispisati osnovne osobine delta funkcije</u>

<u>**Problem**</u>

- Rešavanje napisanih jednačina je skopčano sa ogromnm teškoćama, kako tehničke tako i teorijske prirode, pa se stoga u dinamici plazme pribegava aproksimativnim prilazima.
- *Orbitalni metod,*
- *Hidrodinamčki metod, i*
- *Kinetička teorija.*

Orbitalni metod

- Orbitalni metod ("aproksimacija zadanih polja"): Proučava osobenosti kretanja izolovanih naelektrisanih čestica i nalaženje njihovih putanja u spoljašnjem EM polju koje se smatra poznatim (datim) – "*aproksimacija zadanih polja*".
- Kada se može primeniti ovaj model? Ovakav pristup je primenljiv samu u plazmi vrlo male gustine, $\sim 10^{14}$ čestica po m^3.
- Zašto?
- Proučava se kretanje jedne čestice u poznatim poljima, i na osnovu toga sudi o kretanju celog kolektiva takvih čestica.

Hidrodinamički metod

- Pod određenim uslovima *plazma* se može smatrati kao neprekidna sredina – fluid ili smeša fluida koji imaju sposobnost električne provodljivosti, i procesi u njoj se opisuju jednačinama dinamike neprekidnih sredina.
- Kada se može primeniti ovaj model?
- Kod sistema sa velikim brojem čestica ovaj model je primenljiv samo u slučaju ako su karakteristične dimenzije sistema znatno veće i od srednjeg rastojanja među česticama u njemu i od njihovog srednjeg slobodnog puta i ako su procesi koji se žele proučavati dovoljno spori, tako da je karakteristično vreme znatno veće od srednjeg vremena slobodnog kretanja čestica posmatranog sistema.
- Zašto?

Magnetna hidrodinamika (MHD)

- Najjednostavniji hidrodinamički model.
- U ovom modelu plazma se poistovećuje sa *jednim provodnim fluidom*, a dinamičko stanje u njoj se opisuje uvođenjem polja gustine $\rho(x,y,z,t)$, pritiska $p(x,y,z,t)$, temperature $T(x,z,y,t)$, brzine proticanja $\mathbf{v}(x,y,z,t)$, gustine struje $\mathbf{j}(x,y,z,t)$, električnog $\mathbf{E}(x,y,z,t)$ i magnetnog polja $\mathbf{B}(x,y,z,t)$.

Osnovne jednačine u MHD

- Jednačina kontinuiteta mase fluida
- Navir-Stoks-ova (Navier-Stokes) jednačinakretanja viskoznog fluida
- Karakteristična jednačina barotropnog fluida

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}\left(\rho\,\mathbf{v}\right) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\,\mathbf{v}\right) + \nabla\cdot\{\rho\mathbf{v},\mathbf{v}\} = \rho\mathbf{f} - \nabla p + \mathbf{j}\times\mathbf{B} + \mu\Delta\mathbf{v} + \left(\lambda + \frac{1}{3}\mu\right)\nabla\left(\nabla\cdot\mathbf{v}\right),$$

$$p = F\left(\rho\right).$$

$$\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}' = \sigma\left(\mathbf{E} + \mathbf{v}\times\mathbf{B}\right)$$

Maksvel-ove jednačine u MHD

$$\mathrm{div}\mathbf{E} = 0,$$

$$\mathrm{div}\mathbf{B} = 0,$$

$$\mathrm{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

$$\mathrm{rot}\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}.$$

<u>Zaključak</u>

- Jednačine MHD predstavljaju zatvoreni sistem jednačina. One služe za određivanje samousaglašenog *em* polja i kretanja čestica u njemu.
- U najvećem broju slučajeva neelektrodinamička sila ρ**f** se može zanemariti. Dosta se često zanemaruju i efekti viskoznosti (tj. stavlja se $\mu=\lambda=0$) i uvodi pretpostavka da je električna provodnost plazme beskonačna (th. Om-ov zakon se koristi u obliku **E**+**v**x**B**=0).Takva plazma se zove <u>*idealna*</u>*.*